

Versuche über den Stoss von Kautschukcylindern.

Von **Victor Hausmaninger**,

Assistent am physikalischen Institute in Graz.

(Mit 2 Holzschnitten.)

Herr Reg. Prof. Boltzmann hat im LXXXIV. Bande der Wiener Sitzungsberichte (II. Abth. Dec.-Heft 1881) „einige Experimente über den Stoss von Cylindern“ veröffentlicht, aus denen zweifellos hervorgeht, dass der Erfolg des Stosses zweier prismatischer Stäbe im Sinne einer bekannten Theorie von Cauchy (Soc. phil. 1826) und St. Venant (C. r. LXIII 1108, LXIV 1009, 1192, LXVI 650, 877 Lionv. Jo. XII 237) ausser von den Massen auch von der Zeit der Rückkehr der Longitudinalwelle bedingt ist, die durch den Stoss in jedem Stabe entsteht und an den freien Stabenden reflectirt wird.

Aus den Versuchsergebnissen folgt jedoch zugleich, dass dieser Einfluss bei weitem kein so bedeutender ist, als ihn die genannte Theorie erfordert. Seitdem hat Herr W. Voigt (W. Voigt, „die Theorie des longitudinalen Stosses cylindrischer Stäbe“ Wiedem. Ann. Bd. XIX n. F. p. 44; Berl. Berichte 22. Juni 1822) eine grosse Anzahl werthvoller Beobachtungen über diesen Gegenstand publicirt, welche qualitativ mit diesen Versuchen insofern übereinstimmen, als sie ebenfalls eine Abweichung von den gewöhnlichen Stossformeln im Sinne der St. Venant'schen Theorie ergeben, die jedoch viel kleiner ist, als es durch letztere Theorie gefordert würde. Herr Voigt schliesst seinen Versuchen eine Theorie an, welche den Übergang zwischen den alten Stossformeln und den Cauchy-St. Venant'schen zu vermitteln vermag. Da Herr Voigt gegen die Boltzmann'schen Versuche den Einwurf erhebt, dass bei denselben das Verhältniss der Quersdimensionen gegen die Längsdimensionen zu gross gewesen sei,

nahm ich auf Veranlassung des Herrn Prof. Boltzmann die Versuche mit ähnlichen Kautschukstäben, wie sie derselbe benützt hatte, aber mit grösseren Längendimensionen wieder auf. Das Verhältniss des Durchmessers zur Länge war bei den dickeren Stäben 1:10, bei den dünneren 1:28·5.

Eine noch weitere Verkleinerung des Verhältnisses ist wegen der Schwierigkeit, so lange Stäbe aus Kautschuk auch nur einigermassen gerade zu erhalten, kaum möglich.

Die Stäbe waren auch aus möglichst frischem und weichem Kautschuk fabricirt; um einen etwaigen Einfluss des Materials zu constatiren, machte ich auch Versuche mit den zu den früheren im Jahre 1881 angestellten Beobachtungen benutzten und schon etwas hart gewordenen Stäben, welche jedoch noch genau die alten Resultate lieferten.

Die Aufhängevorrichtung zur Erzielung eines möglichst coaxialen Stosses und die Methode der Versuche war im Allgemeinen dieselbe, wie früher. Jedoch schien es bei der doppelt so grossen Länge, um eine etwaige Verbiegung der hängenden Stäbe auf ein Minimum zu reduciren, zweckmässig, dieselbe statt an zwei, an vier Paaren feinen Zwirnsfäden aufzuhängen.

Die Beinblättchen, mit denen die Stäbe an einem Ende wieder versehen waren, besaßen an der einen, freien Seite eine ziemlich convexe Oberfläche, so dass die Berührung nahezu in einem Punkte geschah, was jedoch bei der viel grösseren Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen im Bein nicht hinderte, dass beim Stoss die ganzen Endflächen der Stäbe aufeinander drückend wirkten. Der stossende Stab wurde in derselben Weise wie früher mittelst eines horizontalen Fadens um ein gemessenes Stück H (die Hubhöhe) aus seiner Ruhelage entfernt und losgelassen, der Ausschlag S des gestossenen Stabes aber in folgender Weise beobachtet:

Unmittelbar unter den Stäben, parallel mit ihrer Axe war eine aus sehr glattem Glanzpapier bestehenden Millimeterscala auf-

Fig. 1.



gestellt, auf deren Theilung ein kleiner, rechtwinklig gebogener und zur Vermeidung einer Verbiegung mit einer schrägen Stütze versehener Streifen (Fig. 1) aus sehr glattem, steifem Papier unmittelbar vor der Endfläche des gestossenen Stabes etwa beim Theilstrich a auf-

gesetzt und durch den gestossenen Stab mit minimaler Reibung vor sich hergeschoben werden konnte. Wurde der Papierstreifen etwa bis zum Theilstrich b verschoben, wo er natürlich ruhig stehen blieb, so gab die Differenz $b-a$ unmittelbar den Ausschlag S des gestossenen Stabes an.

Controlversuche ergaben, dass die Dämpfung, welche der gestossene Stab durch die Reibung des auf der Scala gleitenden Papierstreifens erfuhr, eine verschwindend kleine war. Ich konnte auf diese Weise die Bewegung des gestossenen Stabes ganz ignoriren und dafür das Zurückspringen respective Nachgehen des stossenden Stabes mittelst Fernrohr bequem beobachten.

In den Tabellen gibt s die Strecke an, um welche der stossende Stab dem gestossenen stets nachging. P bedeutet die Differenz zwischen dem aus je drei Beobachtungen resultirenden mittleren Ausschlag und der Hubhöhe in Percenten der letzteren ausgedrückt, also

$$P = \frac{H-S}{H} \cdot 100.$$

Die Dimensionen der Stäbe waren folgende:

	Länge		Durchmesser	Gewicht
Stab A	198	Mm.	20 Mm.	69·81 Grm.
A'	201·3		20	69·85
„ B	399·5		14	70·13
„ B'	397·0		14	70·19
	ohne Beinblättchen			samt Aufhängehaken und Beinblättchen

$$H = 100 \text{ Mm.}$$

Stäbe gleich lang				Stäbe ungleich lang			
Stab	S		P	Stab	S		P
A	85·5	10	14·7	A	78·5	18	21·7
auf	85·5	11		auf	78·0	18	
A'	85·0	10		B'	78·5	18	

Stäbe gleich lang			
Stab	<i>S</i>		<i>P</i>
<i>A'</i>	85	12	} 15·0
auf	85	13	
<i>A</i>	85	12	
<i>B</i>	83·5	14	} 16·2
auf	84	14	
<i>B'</i>	84	13	

Stäbe ungleich lang			
Stab	<i>S</i>		<i>P</i>
<i>B'</i>	78	18	} 22·0
auf	78	18	
<i>A</i>	78	18	
<i>A'</i>	77·5	18	} 22·5
auf	77·5	18	
<i>B'</i>	77·5	18	

$H = 100$ Mm.

Stäbe gleich lang			
Stab	<i>S</i>		<i>P</i>
<i>B'</i>	83·5	14	} 16·2
auf	84·0	14	
<i>B</i>	84·0	13	

Stäbe ungleich lang			
Stab	<i>S</i>		<i>P</i>
<i>B'</i>	77·0	17	} 22·7
auf	77·5	17	
<i>A'</i>	77·0	17	
<i>A'</i>	77	16	} 23·4
auf	76·5	16	
<i>B</i>	76·5	17	
<i>B</i>	77	17	} 23
auf	77	16	
<i>A'</i>	77	16	

$H = 50 \text{ Mm.}$

Stäbe gleich lang				Stäbe ungleich lang			
Stab	S		P	Stab	S		P
A	42	5	16	A'	38.5	10	22.8
auf	42	5		auf	38.5	11	
A'	42	5		B'	39.0	11	
A'	42	6	16	B'	38.0	9	23.4
auf	42	6		auf	38.5	9	
A	42	5		A'	38.5	9	
B	41	6	18	A'	38.5	11	23.4
auf	41	6		auf	38.5	11	
B'	41	6		B	38.0	11	
B'	41.5	7	17	B	38.0	12	24
auf	41.5	6		auf	38.0	11	
B	41.5	6		A'	38.0	11	

Obige Zahlen zeigen noch deutlicher, als dies bei den Versuchen mit den kürzeren Stäben der Fall war, dass bei ungleicher Länge der gestossene Stab eine geringere Geschwindigkeit erhielt, als bei gleicher Länge. Aber der Unterschied ist noch immer ein zu geringer, als dass er mit der St. Venant'schen Theorie in Einklang zu bringen wäre.

In der citirten Abhandlung erklärt Herr Voigt, dass beim Stosse ein nicht unwesentlicher Einfluss der umgebenden Luft in der Weise sich geltend mache, dass bei Beginn des Stosses eine Verdichtung, während der Trennung aber eine und zwar energischere Verdünnung entstehe und gründet seine Behauptung auf die bei zweien seiner Stäbe auftretende Thatsache, dass der stossende Stab dem gestossenen etwas nachging. Dafür

spricht allerdings und zwar in noch grösserem Masse das auch bei meinen Versuchen consequent auftretende, namentlich bei ungleich langen Stäben ziemlich bedeutende Nachgehen des stossenden Stabes.

Herr Voigt corrigirt in diesem Falle seine Resultate einfach dadurch, dass er den Betrag, um den der stossende Stab nachgeht, zum Ausschlag des gestossenen addirt. Ich habe aber eine derartige Correction vorläufig unterlassen, da mir noch zu wenig Anhaltspunkte für ihre Berechtigung vorzuliegen scheinen. Es ist dies der Grund, wesshalb ich immer Stäbe von gleicher Masse stossen liess, da in diesem Falle kaum eine Ursache vorhanden sein dürfte, wesshalb die durch den Luftwiderstand oder durch andere störende Umstände veranlassten Fehler für Stäbe von gleicher Länge andere sein sollten als für Stäbe von ungleicher Länge. Die Differenz, die ich für diese zwei Fälle fand, dürfte also jedenfalls von inneren durch die Elastizität bedingten Vorgängen in den Stäben herrühren, wenn auch die absoluten Beträge der Ausschläge vielleicht durch äussere Ursachen modificirt sind.

Auffallend ist der Umstand, dass bei ungleichlangen Stäben der stossende um ein bedeutend grösseres Stück nachging als bei gleichlangen, es ist aber kein Grund vorhanden, anzunehmen, dass in dem einen Falle die Luftverdünnung eine stärkere sei als in dem andern.

Herr Voigt wendet übrigens Stäbe aus glashartem Stahl an, wobei natürlich der Einfluss der Luft ein viel geringerer ist als beim viel leichteren Kautschuk.

In der citirten Theorie des Herrn Voigt spielt die Dauer des Stosses eine wesentliche Rolle; ich bestimmte daher dieselbe nach einer zuerst von Pouillet angewandten Methode aus dem Verhältniss des stationären und Momentanausschlages einer Galvanometernadel nach der Formel:

$$t = \frac{T}{\pi} \frac{\alpha}{\beta} \frac{(Wz + Wg) Wn}{(Wg + Wn) Wz} e^{\frac{\lambda}{\pi} \arctan \frac{\pi}{\lambda}}$$

Darin bedeutet:

t die Stoss-, recte Contactdauer in Secunden,	
T die Schwingungsdauer	} der Galvano-
λ das logarithmische Decrement	
	} der Galvanometernadel

β den dauernden Ausschlag } der Galvano-
 α den Momentanausschlag } meternadel

W_z den Widerstand der Zuleitungsdrähte sammt
 einem gewissen durch einen Stöpselreostaten
 eingeschalteten Widerstand,

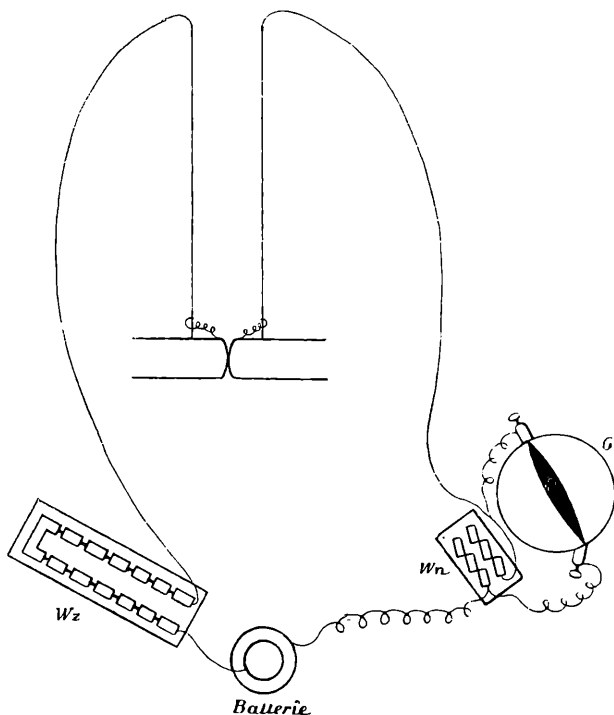
W_n einen gewissen Widerstand einer Neben-
 schliessung

$W_g = 46$ Siemenseinheiten

} ausgedrückt
 in Siemens-
 einheiten

den Widerstand des Galvanometers. — Es wurde auf jedes Beinblättchen ein Scheibchen von sehr feinem Platinblech angeklebt, das sich vollkommen glatt an die Beinfläche anschmiegte. Dasselbe war mit einem streifenförmigen Fortsatz versehen, der mit dem nächsten Aufhängehäkchen gut leitend verbunden war. Von diesen Häkchen führte je ein sehr feiner Messingdraht zu-

Fig. 2.



nächst parallel den Aufhängefäden aufwärts bis nahe zu deren Befestigungspunkten und von da weiter in der aus nebenstehendem Schema (Fig. 2) ersichtlichen Weise zu einer Batterie von vier Danielelementen. Eine theilweise Wiederholung der früheren einfachen Stossversuche ergab, dass die Resultate durch die Platinblättchen und die Leitungsdrähte nur in verschwindend kleinem Masse alterirt wurden. Die Ausschläge α und β wurden nun bei verschiedenen W_z und W_n bei verschiedenen Stäben beobachtet und die Stossdauer nach der obigen Formel berechnet, wobei sich bei einem und demselben Stäbepaar für die verschiedensten Widerstände von 8000 bis 1000 S. E. und drei verschiedene Hubhöhen nahezu gleiche Werthe ergaben, nämlich:

A' auf A.

Secunden		Secunden
$\overbrace{0\cdot0068}$	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} H = 100$	$\overbrace{0\cdot0063}$
$0\cdot0071$		$0\cdot0070$
$0\cdot0065$		$0\cdot0069$
$0\cdot0067$		$0\cdot0070$
$0\cdot0070$		$0\cdot0071$
<hr/> Mittel: $0\cdot0068$		<hr/> Mittel: $0\cdot0068$
		$\overbrace{0\cdot0067}$
	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} H = 30$	$0\cdot0070$
		$0\cdot0070$
		<hr/> Mittel: $0\cdot0069$

B' auf A.

Secunden		Secunden
$\overbrace{0\cdot0109}$	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} H = 100$	$\overbrace{0\cdot0113}$
$0\cdot0111$		$0\cdot0112$
$0\cdot0113$		<hr/> Mittel: $0\cdot0114$
<hr/> Mittel: $0\cdot0111$		
		$\overbrace{0\cdot0112}$
	$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} H = 30$	$0\cdot0109$
		<hr/> Mittel: $0\cdot0110$

A auf B' .

$$\begin{array}{rcl} \text{Secunden} & & \\ \overbrace{0.0109} & \} & H = 100 \\ \overbrace{0.0109} & \} & \\ \hline \text{Mittel: } 0.0109 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \text{Secunden} & & \\ \overbrace{0.0112} & \} & H = 50 \\ \overbrace{0.0112} & \} & \\ \hline \text{Mittel: } 0.0112 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \text{Secunden} & & \\ \overbrace{0.0111} & \} & H = 30. \\ \overbrace{0.0114} & \} & \\ \hline \text{Mittel: } 0.0112 & & \end{array}$$

Diese Werthe geben allerdings nur dann die Stossdauer an, wenn man berechtigt ist, anzunehmen, dass der Stoss zugleich mit dem Contacte beginnt und endet. Beträchtliche Unterschiede zwischen diesen Zeitmomenten anzunehmen, ist wohl kaum gestattet, da die Platinblättchen vollkommen blank polirt waren und bei der blossen Berührung einen stets constanten, dauernden Ausschlag der Nadel ergaben. Auch könnte sonst unmöglich die Contactdauer bei ungleich langen Stäben merklich grösser sein, als bei gleich langen, wie dies die Tabelle zeigt. Jedenfalls geht daraus hervor, dass die Stossdauer sehr klein ist.

Um die Dauer des wirklichen Stosses (d. h. die Zeit, während welcher erhebliche Wechselwirkungen zwischen den beiden Stäben stattfinden) und zugleich das Gesetz dieser Wechselwirkung direct experimentell bestimmen zu können, schlägt Herr Prof. Boltzmann vor, in ähnlicher Weise, wie derselbe die Vocaleurven photographirte, auf einer rotirenden Glasscheibe Curven zu photographiren, deren Abscyssen die Zeit und deren Ordinaten die Wege eines der stossenden Stäbe während der Dauer des Stosses selbst sind. Die oben gefundenen Werthe lassen ein derartiges Verfahren nicht als aussichtslos erscheinen.

Zum Schlusse sei es mir gestattet, einige Formeln, die sich auf die Voigt'sche Stosstheorie beziehen und welche mir Herr Prof. Boltzmann mittheilte, hier anzuführen. Herr Voigt hat bloss gezeigt, dass seine Formeln mit dem Verschwinden der von ihm mit c bezeichneten Grösse in die alten Stossformeln übergehen. Um zu prüfen, in wie weit Voigt's Theorie die Differenz zwischen den alten Stossformeln und den beobachteten Werthen

wiedergibt, muss man die Annäherung um einen Grad weiter treiben. Bezeichnen wir die kleinste Wurzel der Voigt'schen Gleichung 7) mit μ , so ist für kleine Werthe von c

$$\mu = \sqrt{cn} \left(1 - \frac{cn}{6}\right)$$

wobei

$$n = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}.$$

Für das erste System der übrigen Wurzeln setzen wir

$$\nu = \frac{a_1}{l_1} (h\pi + \delta_h),$$

für das zweite System

$$\nu = \frac{a_2}{l_2} (h\pi + \varepsilon_h),$$

so wird in erster Annäherung

$$\delta_h = \frac{l_1 c}{b_1 h \pi}, \quad \varepsilon_h = \frac{l_2 c}{b_2 h \pi}.$$

Bezeichnen wir ferner mit C den zu μ gehörigen, mit D_h und E_h die zu den beiden übrigen Wurzelsystemen gehörigen Werthe der Voigt'schen Constanten A , so ist

$$C = (V_1^0 - V_2^0) \frac{\mu}{n} \left[1 - \frac{c^2 n}{45} \left(\frac{l_1^3}{a_1^2 b_1} + \frac{l_2^3}{a_2^2 b_2} \right) \right]$$

$$D_h = \frac{2(V_1^0 - V_2^0) l_1^2 c^2}{\pi^3 h^3 a_1 b_1}$$

$$E_h = \frac{2(V_1^0 - V_2^0) l_2^2 c^2}{\pi^3 h^3 a_2 b_2}.$$

Zur Bestimmung des Zeitmomentes des Endes des Stosses, den wir mit

$$t = \frac{\pi}{\mu} + \tau$$

bezeichnen wollen, dient die Gleichung

$$b_1 \left(\frac{\partial w_1}{\partial z} \right)_{z=0} = - \Sigma A \sin \nu t = 0.$$

Dieselbe liefert nach Substitution von μ und den beiden Wurzelsystemen für ν , wobei dann natürlich statt A zu setzen ist C respective D_h und E_h

$$\tau = \frac{2c}{\pi^3} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{1}{h^3} \left(\frac{l_1^2}{a_1 b_1} \sin \frac{\pi^2 a_1 h}{l_1 \sqrt{cn}} + \frac{l_2^2}{a_2 b_2} \sin \frac{\pi^2 a_2 h}{l_2 \sqrt{cn}} \right).$$

Für die Schwerpunktschwindigkeiten der beiden Stäbe im Momente des Endes des Stosses folgt:

$$V_1 = \frac{1}{l_1} \int_{-l_1}^0 v_1 dz, \quad V_2 = \int_0^{l_2} v_2 dz$$

also nach Voigt's Gleichungen 6)

$$V_1 = \Sigma \frac{a_1^2}{\nu} A \cos \nu t + B$$

$$V_2 = - \Sigma \frac{a_2^2}{\nu} A \cos t + B.$$

Substituirt man hier für ν einmal μ , dann die beiden Wurzelsysteme und für t den Werth $\frac{\pi}{\mu} + \tau$, so folgt, unter Vernachlässigung der Glieder von der Ordnung c^3 :

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{(m_1 - m_2) V_1^0 + 2m_2 V_2^0}{m + m_2} + \frac{(V_1^0 - V_2^0) c^2}{45} \left(\frac{l_1^2}{b_1^2} + \frac{l_2^2 m_2}{b_2^2 m_1} \right) + \\ &+ \frac{2(V_1^0 - V_2^0) c^2}{\pi^4} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{1}{h^4} \left(\frac{l_1^2}{b_1^2} \cos \frac{\pi^2 a_1 h}{l_1 \sqrt{cn}} + \frac{l_2^2 m_2}{b_2^2 m_1} \cos \frac{\pi^2 a_2 h}{l_2 \sqrt{cn}} \right) \\ V_2 &= \frac{2m_1 V_1 + (m_2 - m_1) V_2^0}{m_1 + m_2} - \frac{c^2 (V_1^0 - V_2^0)}{45} \left(\frac{l_1^2 m_1}{b_1^2 m_2} + \frac{l_2^2}{b_2^2} \right) - \\ &- \frac{2c^2 (V_1^0 - V_2^0)}{\pi^4} \sum \frac{1}{h^4} \left(\frac{l_1^2 m_1}{b_1^2 m_2} \cos \frac{\pi^2 a_1 h}{l_1 \sqrt{cn}} + \frac{l_2^2}{b_2^2} \cos \frac{\pi^2 a_2 h}{l_2 \sqrt{cn}} \right). \end{aligned}$$

Die Summen können folgendermassen mittelst der Fourier'schen Reihe ausgerechnet werden. Nach dem Fourier'schen Lehrsatz ist zwischen den Grenzen 0 und π

$$x^3 - \frac{x^4}{4\pi} - \pi x^2 = -\frac{2\pi^3}{15} + \sum_{h=1}^{\infty} \frac{12}{\pi h^4} \cos hx.$$

Man müsste daher von der Grösse $\frac{\pi^2 u_1}{l_1 \sqrt{cn}}$ ein solches Vielfaches von π abziehen, dass der Zahlenwerth der Differenz, welchen wir mit u_1 bezeichnen wollen, zwischen den Grenzen $-\pi$ und $+\pi$ liegt. Ebenso müsste von der Grösse $\frac{\pi^2 u_2}{l_2 \sqrt{cn}}$ ein solches Vielfaches von π abgezogen werden, dass der Zahlenwerth u_2 der Differenz zwischen denselben Grenzen liegt. Es ist dann

$$\begin{aligned}
 V_1 &= \frac{(m_1 - m_2) V_1^0 + 2m_2 V_2^0}{m_1 + m_2} \\
 &+ c^2 (V_1^0 - V_2^0) \left[\frac{l_1^2}{b_1^2} \left(\frac{2}{45} + \frac{u_1^3}{6\pi^3} - \frac{u_1^4}{24\pi^4} - \frac{u_1^2}{6\pi^2} \right) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{l_2^2 m_2}{b_2^2 m_1} \left(\frac{2}{45} + \frac{u_2^3}{6\pi^3} - \frac{u_2^4}{24\pi^4} - \frac{u_2^2}{6\pi^2} \right) \right] \\
 V_2 &= \frac{2m_1 V_1^0 + (m_2 - m_1) V_2^0}{m_1 + m_2} \\
 &- c^2 (V_1^0 - V_2^0) \left[\frac{l_1^2 m_1}{b_1^2 m_2} \left(\frac{2}{45} + \frac{u_1^3}{6\pi^3} - \frac{u_1^4}{24\pi^4} - \frac{u_1^2}{6\pi^2} \right) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{l_2^2}{b_2^2} \left(\frac{2}{45} + \frac{u_2^3}{6\pi^3} - \frac{u_2^4}{24\pi^4} - \frac{u_2^2}{6\pi^2} \right) \right]
 \end{aligned}$$

ein Resultat, welches sich auch durch directe Verfolgung der an der Berührungsstelle entstehenden und an den freien Stabenden reflectirten Wellen ohne Benützung der periodischen Reihen ergeben würde. Um die Grössenordnung der Correctionsglieder zu schätzen, beachte man, dass

$$\frac{c^2 l_1^2}{b_1^2} = \frac{\pi^4 m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} \left(\frac{l_1}{\lambda_1} \right)^4$$

ist, wobei λ_1 die Strecke bezeichnet, welche die Wellen im ersten Stabe während der ganzen Zeitdauer des Stosses zurücklegen. Die Correctionsglieder sind $V_1^0 - V_2^0$ proportional, ihr Verhältniss zu den Hauptgliedern wächst also nicht, wie Herr Voigt zu vermuthen scheint, mit der absoluten Geschwindigkeit der Stäbe. Um Beobachtungen zu erklären, welche ein derartiges Wachsthum ergaben, müsste über die Wechselwirkung der Stäbe während des Stosses eine andere Hypothese gemacht werden.

Bei meinen Beobachtungen ist die Länge l der Stäbe 200 Mm. und 400 Mm. Setzt man nach Stefan und Exner die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Longitudinalwellen in Kautschuk = 40 Met., so wäre die oben mit λ_1 bezeichnete Grösse 270 Mm. respective 440 Mm. und es hätte keine weitere Schwierigkeit, nach den obigen Formeln V_1 und V_2 zu berechnen; doch scheint, wenn die Dauer des Stosses so klein ist gegen die Zeit, welche die Welle braucht, um die ganze Länge eines Stabes zu durchlaufen, die Anwendung der Voigt'schen Theorie kaum erlaubt zu sein.

NACHTRAG.

Nachdem die vorstehende Arbeit bereits der Akademie überreicht war, machte ich noch Versuche über die Dauer des Stosses cylindrischer Glasstäbe, deren stossende Endflächen convex zugeschliffen und sowie bei den Kautschukstäben mit feinen Platinblättchen etc. versehen waren. Ihre Dimensionen waren folgende:

Stab	Gewicht	Länge	Durchmesser
<i>A'</i>	43·97 Grm.	135 Mm.	13 Mm.
<i>B'</i>	44·00	272	9
<i>B</i>	44·00	272	9

Ich fand hiebei folgende Werthe für die Stossdauer in Sekunden:

Stab *B* auf *B'*

$\left. \begin{array}{l} 0\cdot00025 \\ 0\cdot00026 \end{array} \right\} H = 100$	$\left. \begin{array}{l} 0\cdot00047 \\ 0\cdot00044 \end{array} \right\} H = 50$	$\left. \begin{array}{l} 0\cdot00070 \\ 0\cdot00068 \end{array} \right\} H = 30$
---	--	--

Stab *A'* auf *B'*

$\left. \begin{array}{l} 0\cdot00019 \\ 0\cdot00019 \end{array} \right\} H = 100$	$\left. \begin{array}{l} 0\cdot00032 \\ 0\cdot00034 \end{array} \right\} H = 50$	$\left. \begin{array}{l} 0\cdot00047 \\ 0\cdot00043 \end{array} \right\} H = 30$
---	--	--

Stab *B'* auf *A'*

$\left. \begin{array}{l} 0\cdot00021 \\ 0\cdot00023 \end{array} \right\} H = 100$	$\left. \begin{array}{l} 0\cdot00046 \\ 0\cdot00043 \end{array} \right\} H = 50$	$\left. \begin{array}{l} 0\cdot00063 \\ 0\cdot00061 \end{array} \right\} H = 30.$
---	--	---

Die Stossdauer ist also — wie sich das übrigens ja voraussehen liess — bei Glasstäben noch viel kleiner als bei Kautschukstäben. Ausserdem aber ist aus obigen Zahlen ersichtlich, dass beim Glas die Stossdauer auch von der Hubhöhe abhängig ist, und zwar ist sie um so kleiner, je grösser die Hubhöhe ist. Wäre die Contactdauer der Platinbleche wesentlich verschieden von der Zeit der Wechselwirkung der Stäbe, so würden gerade bei grösseren Hubhöhen auch grössere Werthe zu erwarten sein, indem eine die Wechselwirkung etwa vermittelnde verdichtete Luftschichte gerade bei grosser Geschwindigkeit rascher durchbrochen werden müsste.

Ferner scheint die Stossdauer bei ungleich langen Glasstäben merklich kleiner zu sein als bei gleich langen, während ich bei den Kautschukstäben gerade das Gegentheil fand. Auch scheint ein Unterschied zu existiren, wenn der längere auf den kürzeren und umgekehrt wenn der kürzere auf den längeren Stab stösst, indem im ersteren Falle die Stossdauer sich merklich grösser ergibt als im zweiten. Auch darin weichen also die Glasstäbe von den Kautschukstäben ab.

Es würde sich der Mühe lohnen, Stäbe von verschiedenstem Material bezüglich der Stossdauer zu untersuchen und vielleicht auch zur Controle sich einer anderen Methode der Zeitbestimmung, etwa eines Pendelmyographions, zu bedienen.

Zu einer endgiltigen Lösung des Stossproblems wäre die allerdings schwierige praktische Ausführung des bereits erwähnten Vorschlages des Herrn Prof. Boltzmann das geeignetste Mittel.
